I Workshop de Ingeniería de Organización
Bilbao, 21-22 de Septiembre de 2000

MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA PARA EL CÁLCULO DE PESOS EN SISTEMAS DE VALORACIÓN DE PUESTOS DE TRABAJO

Corominas, A.[1]; Coves, A.-M.[1]; Lusa, A.[1]; Martínez, C.[2]; Ortega, M.A.[1]

[1] IOC - DOE - ETSEIB
Universidad Politécnica de Cataluña
Correo-e: corominas@ioc.upc.es, coves@ioc.upc.es, lusa@ioc.upc.es, ortega@ioc.upc.es
[2] DOE - ETSEIB
Universidad Politécnica de Cataluña
Correo-e: cmartinez@oe.upc.es

RESUMEN

A raíz de un proyecto de investigación sobre la discriminación salarial de la mujer hemos iniciado una línea de trabajo sobre el cálculo de pesos, mediante modelos de programación matemática, en sistemas de valoración de puestos de trabajo. Dichos modelos permiten imponer condiciones tales como: (i) dos o más puestos de trabajo han de tener el mismo valor; (ii) el valor de cada elemento de un conjunto de puestos clave ha de pertenecer a un intervalo dado; (iii) se ha de cumplir una correspondencia dada entre puestos y grupos (donde los grupos están ordenados y tienen asociado un intervalo, preestablecido o a determinar mediante el propio modelo). Estos problemas conducen a modelos de programación lineal o cuadrática con una variedad de funciones objetivo. Se presentan dichos modelos y una experiencia computacional con los mismos.

Palabras y frases clave: Valoración de puestos de trabajo, programación matemática, programación cuadrática, programación lineal.

1. INTRODUCCIÓN

La valoración de puestos de trabajo es un problema tradicional en el campo de la organización industrial para el que se utilizan procedimientos muy numerosos y diversos. Entre ellos, los más satisfactorios son los de puntuación de factores, en los cuales se atribuye a cada puesto una puntuación para cada uno de los factores o criterios considerados y dichas puntuaciones se agregan para obtener una puntuación global que se identifica con el valor del puesto; mediante una correspondencia entre valores y magnitudes monetarias se establece la retribución o una parte de la retribución asociada al puesto (OIT, 1986).

Para la agregación, el procedimiento más habitual es el de ponderación: se atribuye un peso a cada factor y el valor se calcula como la suma de productos de los pesos por las puntuaciones respectivas (Salvendy, 1997).

$$valor = \sum_{j=1}^{n} w_j * f_j$$

n : *número de factores.*

f_j : *puntuación del puesto en el factor j.*

w_j : *peso atribuído al factor j.*

Aunque la importancia de los pesos en los resultados es obvia, las indicaciones sobre cómo fijar sus valores son relativamente vagas (Corominas et al, 1999a). Básicamente hay dos líneas de actuación:

1. Con un comité, siguiendo un procedimiento más o menos formalizado para alcanzar un consenso. Se supone que los pesos reflejan entonces los valores de la organización;

2. Con un procedimiento de ajuste, tal como la regresión, de modo que los valores resultantes para un conjunto de puestos clave sean lo más parecidos posible a unos valores dados (por ejemplo, proporcionales a las retribuciones vigentes en el mercado de trabajo para puestos idénticos o asimilados a dichos puestos clave). Aplicar un procedimiento de este tipo no garantiza ni que los pesos se parezcan a los valores establecidos por la organización ni que sean no negativos.

En el curso de un proyecto de investigación sobre la valoración de puestos de trabajo y la discriminación salarial de la mujer se planteó la cuestión de cómo calcular los pesos para conseguir la igualdad de valor de los elementos de una o más parejas de puestos de trabajo considerados equivalentes, por ejemplo, porque así lo hubiera establecido una sentencia judicial (Instituto de la Mujer, 1999). Si el número de parejas de puestos equivalentes es pequeño existen generalmente infinitos vectores de pesos para los que se cumple la igualdad de valor pero parece lógico elegir, entre ellos, un vector que sea lo más parecido posible al anteriormente adoptado por la organización correspondiente y que supuestamente refleja los valores de dicha organización (Corominas et al 1999b).

Cuando el objetivo es igualar el valor de unos puestos clave a valores específicos, basta con igualar todas las puntuaciones del segundo miembro de la pareja (puesto ficticio) a dicho valor.

Dado que la retribución estará asociada al nivel salarial al que pertenezca el puesto, el objetivo puede ser hallar unos pesos tales que el valor de cada puesto clave pertenezca a un intervalo dado, correspondiente al nivel salarial al que debe pertenecer el puesto. Para ello deben conocerse, para cada puesto, los valores inferior y superior que delimitan el intervalo o nivel asociado al puesto.

Cuando el ajuste perfecto de unos puestos clave a unos valores específicos no es posible, obligar a que pertenezcan a un intervalo determinado es también una forma de acotar la discrepancia máxima en relación con dichos valores.

Siguiendo por esta línea, nos planteamos la siguiente cuestión: dados unos puestos clave, con sus puntuaciones, y dado el grupo o nivel salarial al que debe pertenecer cada uno de los puestos, hallar, junto a los pesos, los valores que deben delimitar cada uno de los niveles (intervalos).

Además de estos modelos, podrían generarse otros añadiendo otras restricciones como por ejemplo, que el valor de un peso sea el doble de otro, etc.

2. MODELOS PARA IGUALAR EL VALOR DE LOS ELEMENTOS DE UNA O MÁS PAREJAS DE PUESTOS O PARA FIJAR EL VALOR DE UNOS PUESTOS CLAVE

Datos:
n: número de factores.
p: número de parejas de puestos de igual valor (o número de puestos clave cuando el objetivo es igualar el valor de unos puestos clave a un valor específico).
w_j^0*: valores iniciales de los pesos (j=1,...,n).*
f_{jk}^i*: puntuación del elemento i de la pareja k en el factor j (i=1,2; j=1,...,n; k=1,...,p).*

2.1. Tipo de ajuste

Cuando el número de parejas (o número de puestos clave) es elevado, el ajuste perfecto no es posible, por lo que se deberán modificar los modelos para encontrar soluciones factibles. Definiremos tres casos según el tipo de ajuste:

1. **Ajuste perfecto:** cuando el ajuste perfecto es posible y existe más de una solución, podemos encontrar los valores de los pesos mediante modelos que minimizan una función de la discrepancia entre el nuevo vector de pesos y el anterior. Para ello, hemos planteado modelos lineales y cuadráticos.

2. **Mejor ajuste posible:** cuando el número de puestos clave es tan elevado que el ajuste perfecto no es posible, podemos hallar un vector de pesos que minimice una función de la discrepancia entre los valores de los elementos de cada pareja. De nuevo, plantearemos modelos lineales y cuadráticos.

3. **Solución de compromiso entre el mejor ajuste posible y la mínima discrepancia entre los nuevos pesos y los anteriores:** al hallar los pesos que garanticen el mejor ajuste posible, podemos encontrarnos con vectores de pesos muy diferentes de los anteriormente utilizados. Podemos, entonces,

hallar una solución de compromiso que minimice una función, lineal o cuadrática, que tenga en cuenta la discrepancia entre los valores de los elementos de cada pareja y la discrepancia entre los vectores de pesos (nuevo y anterior).

La función de discrepancia, tal como puede verse en la siguiente tabla, dependerá del tipo de ajuste. En todos los casos es fácil comprobar que la función de discrepancia a minimizar es convexa.

<table>
<tr><th colspan="2">Función a minimizar</th><th>Modelo</th><th></th></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{j=1}^{n}(w_j - w_j^0)^2$</td><td>IVIS-1</td><td rowspan="5">Ajuste perfecto</td></tr>
<tr><td colspan="2">Δ (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-2</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-)$</td><td>IVIS-3</td></tr>
<tr><td>Δ (discrepancia máxima)</td><td>$\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-)$</td><td>IVIS-4</td></tr>
<tr><td>$\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-)$</td><td>$\Delta$ (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-5</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{k=1}^{p}\left(\sum_{j=1}^{n} f^1_{jk}\cdot w_j - f^2_{jk}\cdot w_j\right)^2$</td><td>IVIS-6</td><td rowspan="5">Mejor ajuste posible</td></tr>
<tr><td colspan="2">S (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-7</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>IVIS-8</td></tr>
<tr><td>S (discrepancia máxima)</td><td>$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>IVIS-9</td></tr>
<tr><td>$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>S (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-10</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\lambda \cdot \sum_{j=1}^{n}(w_j - w_j^0)^2 + (1 - \lambda) \cdot \sum_{k=1}^{p}\left(\sum_{j=1}^{n} f^1_{jk}\cdot w_j - f^2_{jk}\cdot w_j\right)^2$</td><td>IVIS-11</td><td rowspan="2">Solución de compromiso</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\lambda \cdot \sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + (1 - \lambda) \cdot \sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>IVIS-12</td></tr>
</table>

Notación complementaria:

$\delta_j^+ + \delta_j^-$ *: discrepancia (en valor absoluto) entre el valor inicial del peso del factor j y el valor final o calculado (j=1,...,n).*

Δ *: discrepancia máxima entre* w^0_j *y* w_j ($\Delta \geq \delta_j^+ + \delta_j^-$; $j=1,..,n$).

$s_k^+ + s_k^-$ *: discrepancia (en valor absoluto) entre el valor del primer elemento de la pareja y el valor del segundo elemento, con los nuevos pesos (k=1,...,p).*

S: discrepancia máxima entre los valores de los elementos de las parejas ($S \geq s_k^+ + s_k^-$; $k=1,..,p$).

λ*: parámetro del modelo* ($0 \leq \lambda \leq 1$).

En algunos casos se resuelven consecutivamente dos modelos. Por ejemplo, en el IVIS-4, se minimiza la discrepancia máxima, pero dado que pueden existir varias soluciones empatadas, resolvemos un segundo modelo que discrimine entre ellas. En concreto, escogeremos una solución que minimice la suma de los valores absolutos de las discrepancias entre los vectores de pesos.

2.2. Ejemplo (IVIS-12)

Modelo que minimiza la suma ponderada de la suma de los valores absolutos de las discrepancias de los pesos y la suma de los valores absolutos de las discrepancias entre los valores de los elementos de las parejas.

$$[MIN]\,Z = \lambda \cdot \sum_{j=1}^{n} (\delta_j^+ + \delta_j^-) + (1-\lambda) \cdot \sum_{k=1}^{p} (s_k^+ + s_k^-)$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_{jk}^{1} \cdot w_j = \sum_{j=1}^{n} f_{jk}^{2} \cdot w_j + s_k^+ - s_k^- \qquad k = 1,\ldots\ldots, p$$

$$w_j = w_j^0 + \delta_j^+ - \delta_j^- \qquad j = 1,\ldots\ldots, n$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 100$$

$$w_j \geq 0 \qquad j = 1,\ldots\ldots, n$$

3. MODELOS PARA ASIGNAR EL VALOR DE UNOS PUESTOS CLAVE A UN INTERVALO ESPECÍFICO

Datos:
n, p, w_j^0, f_{jk} (puntuación del puesto k en el factor j ($j=1,\ldots,n$; $k=1,\ldots,p$)).
l_k: valor inferior del intervalo al que debe pertenecer el puesto k ($k=1,\ldots,p$).
u_k: valor superior del intervalo al que debe pertenecer el puesto k ($k=1,\ldots,p$).

Planteamos doce modelos (IVIS-13 - IVIS-24) análogos a los anteriores cuya única diferencia se encuentra en las restricciones de igual valor, que se sustituyen por: $\sum_{j=1}^{n} f_{jk} \cdot \omega_j \geq l_k - s_k^-$; $\sum_{j=1}^{n} f_{jk} \cdot \omega_j \leq u_k + s_k^+$; $k = 1,\ldots\ldots, p$

4. MODELOS PARA ASIGNAR EL VALOR DE UNOS PUESTOS CLAVE A UNOS NIVELES SALARIALES, DETERMINANDO EL VALOR DE LOS PESOS Y LOS INTERVALOS QUE DELIMITAN LOS GRUPOS O NIVELES SALARIALES.

Datos:
n, p, w_j^0, f_{jk}.
m: número de grupos o niveles.
g_k: grupo o nivel al que debe pertenecer el puesto k ($k=1,\ldots,p$).

Las restricciones de igual valor se sustituyen por restricciones de pertenencia a un grupo específico: $\sum_{j=1}^{n} f_{jk}\cdot w_j \ge y_{g_k -1} - s_k^-$; $\sum_{j=1}^{n} f_{jk}\cdot w_j \le y_{g_k} + s_k^+$; $k = 1,.....,p$

$y_{g_k -1}$ ***: valor inferior del intervalo del nivel o grupo al que pertenece el puesto k.***

y_{g_k} ***: valor superior del intervalo del nivel o grupo al que pertenece el puesto k.***

Además, será conveniente que el tamaño de los intervalos sea lo más homogéneo posible (o igual a un valor fijado en algunos casos), por lo que la función a minimizar se verá ligeramente modificada.

<table>
<tr><th colspan="2">Función a minimizar (ξ)</th><th>Modelo</th><th></th></tr>
<tr><td colspan="2">$\lambda\cdot\sum_{j=1}^{n}(w_j - w_j^0)^2 + (1-\lambda)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)^2$</td><td>IVIS-25</td><td rowspan="5">Ajuste perfecto</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\lambda\cdot\Delta_p + (1-\lambda)\cdot\Delta_i$ (discrepancias máximas)</td><td>IVIS-26</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\lambda\cdot\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + (1-\lambda)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)$</td><td>IVIS-27</td></tr>
<tr><td>$\lambda\cdot\Delta_p + (1-\lambda)\cdot\Delta_i$</td><td>$\lambda\cdot\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + (1-\lambda)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)$</td><td>IVIS-28</td></tr>
<tr><td>$\lambda\cdot\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + (1-\lambda)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)$</td><td>$\lambda\cdot\Delta_p + (1-\lambda)\cdot\Delta_i$</td><td>IVIS-29</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)^2$</td><td>IVIS-30</td><td rowspan="5">Mejor ajuste posible</td></tr>
<tr><td colspan="2">S (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-31</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>IVIS-32</td></tr>
<tr><td>S (discrepancia máxima)</td><td>$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>IVIS-33</td></tr>
<tr><td>$\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)$</td><td>S (discrepancia máxima)</td><td>IVIS-34</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\alpha\cdot\sum_{j=1}^{n}(w_j - w_j^0)^2 + \beta\cdot\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-)^2 + (1-\alpha-\beta)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)^2$</td><td>IVIS-35</td><td rowspan="2">Solución de compromiso</td></tr>
<tr><td colspan="2">$\alpha\cdot\sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + \beta\cdot\sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-) + (1-\alpha-\beta)\cdot\sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)$</td><td>IVIS-36</td></tr>
</table>

Notación complementaria:

Δ_p: corresponde a la discrepancia Δ de los modelos anteriores.

$t_i^+ + t_i^-$: discrepancia (en valor absoluto) entre el tamaño del intervalo i y el tamaño óptimo (i=1,...,m).

Δ_i: discrepancia máxima entre el tamaño de los intervalos y el tamaño óptimo ($\Delta_i \ge t_i^+ + t_i^-$; i=1,..,m).

λ, α y β: parámetros de los modelos ($0 \le \lambda \le 1$; $0 \le \alpha + \beta \le 1$).

4.1. Ejemplo (IVIS-36)

Modelo que minimiza la suma ponderada de la suma de los valores absolutos de las discrepancias de los pesos, la suma de los valores absolutos de las discrepancias entre el valor del puesto clave y el intervalo al que debería pertenecer y la suma de las discrepancias entre los tamaños de los intervalos y el tamaño óptimo (en este caso el tamaño óptimo corresponde al valor medio). Además, hemos definido una amplitud mínima de intervalo de 5.

$$[MIN]Z = \alpha \cdot \sum_{j=1}^{n}(\delta_j^+ + \delta_j^-) + \beta \cdot \sum_{k=1}^{p}(s_k^+ + s_k^-) + (1 - \alpha - \beta) \cdot \sum_{i=1}^{m}(t_i^+ + t_i^-)$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_{jk} \cdot w_j \geq y_{g_k - 1} - s_k^- \qquad k = 1,.....,p$$

$$\sum_{j=1}^{n} f_{jk} \cdot w_j \leq y_{g_k} + s_k^+ \qquad k = 1,.....,p$$

$$y_0 = 0$$

$$y_m = 100$$

$$y_i - y_{i-1} \geq 5 \qquad i = 1,......,m$$

$$y_i - y_{i-1} = \frac{100}{m} + t_i^+ - t_i^- \qquad i = 1,......,m$$

$$w_j = w_j^0 + \delta_j^+ - \delta_j^- \qquad j = 1,.....,n$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j = 100$$

$$w_j \geq 0 \qquad j = 1,.....,n$$

5. CONCLUSIONES DE LA EXPERIENCIA COMPUTACIONAL

Se probaron los distintos modelos empleando como datos algunos casos reales conocidos y diversos casos ficticios. Los modelos, que se resolvieron con LINDO (Schrage, 1997) cuando eran lineales y SOLVER de Microsoft Excel cuando eran cuadráticos, tienen pocas variables y restricciones, por lo que el tiempo de ejecución resultó insignificante.

Cuando se minimiza la suma de discrepancias (en valor absoluto), el modelo tiende a acumular la máxima discrepancia en unos pocos pesos, con lo que la solución tiene bastantes pesos muy parecidos a los iniciales pero unos pocos muy distintos. Esto no ocurre cuando se minimiza la máxima discrepancia y después la suma de discrepancias (IVIS-4).

Para los casos en que el objetivo es encontrar el mejor ajuste posible, los pesos obtenidos no sólo distan mucho de los iniciales sino que resultan inaceptables (el modelo asigna peso nulo a algunos factores), por lo que puede ser conveniente pasar a los modelos que encuentran una solución de compromiso entre el mejor ajuste posible y la mínima discrepancia entre los nuevos pesos y los anteriores. En este caso, basta con probar diferentes valores de λ hasta hallar una solución aceptable.

No obstante, no podemos recomendar un modelo por encima de los demás (¿es mejor minimizar la discrepancia máxima? ¿la suma de discrepancias?...), ya que debe ser el/la decisor/a quien seleccione el vector de pesos en función de su preferencia por unos u otros valores. En consecuencia, dado un conjunto de vectores de pesos (resultado de aplicar los diferentes modelos), elegir el que más se "parece" al vector inicial de pesos, constituye un problema multicriterio que deberá resolver el decisor o decisora.

Los distintos modelos le proporcionan un instrumento para resolver el problema. Éstos, podrían formar parte de un sistema interactivo de modo que el/la decisor/a pudiese, además de añadir otras restricciones, ponderar las distintas funciones de discrepancia (asociarles un peso) con el fin de facilitar la decisión multicriterio.

6. REFERENCIAS

COROMINAS; COVES; LUSA; MARTÍNEZ; ORTEGA; (1999a): La discriminación salarial de la mujer y la valoración de puestos de trabajo: Introducción, IOC-DT-C-1999-01.

COROMINAS; COVES; LUSA; MARTÍNEZ; ORTEGA; (1999b): Modelo y programa IVIS para el cálculo de pesos en un procedimiento de valoración por ponderación de factores, IOC-DT-C-1999-07.

INSTITUTO DE LA MUJER (I.M); (1999): Herramientas para eliminar la discriminación retributiva (documento de trabajo de uso interno).

OIT; (1986): Evaluación de tareas, OIT.

SALVENDY, G.; (1992); Handbook of Industrial Engineering edited by Gavriel Salvendy; Institute of Industrial Engineers (chapter 34, Job Evaluation in Organizations, pp. 916 - 936). 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc.

SCHRAGE, L.; (1997); Optimization modeling with Lindo. 5th. ed. Pacific Grove: Duxbury Press.

http://www.lindo.com

http://www.ioc.upc.es/ivis/