

**LA DISCRIMINACIÓN SALARIAL DE
LA MUJER Y LA VALORACIÓN DE
PUESTOS DE TRABAJO
(DOCUMENTO V7)**

**MODELO Y PROGRAMA IVIS PARA EL
CÁLCULO DE PESOS EN UN
PROCEDIMIENTO DE VALORACIÓN
POR PONDERACIÓN DE FACTORES**

1. INTRODUCCIÓN

En el DOCUMENTO V1, *La discriminación salarial de la mujer y la valoración de puestos de trabajo: Introducción* ya se ha discutido la importancia de los pesos en un método de valoración de puestos de trabajo y la dificultad para fijar sus valores.

En particular, un conjunto de valores de los pesos puede ser discriminatorio porque otorgue una importancia excesiva a factores en que uno de los géneros tiene ventaja sobre el otro. Ahora bien, si hay factores en que la ventaja es para uno de los géneros y otros en que la ventaja es para el otro se podrá calcular unos valores para los pesos que equilibren la importancia de los factores por lo que respecta a los géneros.

Supondremos (en el punto 2 se discute esta cuestión) que se ha establecido que dos puestos de trabajo tienen el mismo valor (la condición necesaria y suficiente para que exista un juego de pesos no negativos que satisfagan esta condición es que, calculadas las diferencias entre las puntuaciones de los puestos para cada uno de los factores, una de ellas, al menos, sea positiva y otra, al menos, sea negativa). La equivalencia puede imponerse, en general, para un cierto número de parejas de puestos, lo cual permite tratar también el caso de equivalencia entre puestos de trabajo en número superior a 2; por ejemplo, si denominamos A, B y C a tres puestos de trabajo equivalentes, podemos tratar esta condición expresando las equivalencias (A,B) y (B,C), por ejemplo; en general, la equivalencia entre K puestos de trabajo se corresponde con la equivalencia entre $K-1$ parejas.

El procedimiento de valoración ha de atribuir la misma puntuación a los puestos de igual valor y, por consiguiente, el problema que se trata de resolver puede plantearse en primera instancia como sigue:

Dadas p parejas de puestos de trabajo tales que los dos elementos de cada pareja tienen el mismo valor, se trata de calcular unos valores no negativos para los pesos de los n factores con la condición de que la puntuación global de los dos elementos de cada pareja sea la misma.

Teniendo en cuenta que habitualmente los pesos se normalizan de modo que su suma sea igual a 100 (o a otro valor conveniente), si las ecuaciones que definen las relaciones entre los elementos de las parejas son linealmente independientes se ha de cumplir la condición:

$$p \leq n - 1$$

ya que si $p = n - 1$, tendríamos, junto con la condición de suma, n relaciones que podrían determinar el valor de los pesos (de hecho, estas relaciones podrían ser incompatibles, habida cuenta de que se ha de respetar también la condición de no negatividad); generalmente, por lo tanto, más de $n-1$ parejas resultarían incompatibles.

En la práctica, probablemente, p será pequeño e incluso igual a 1. En estos casos existirán generalmente infinitas soluciones. Parece lógico elegir entre ellas una a la que correspondan unos valores de los pesos lo más parecidos posible a los valores actuales o deseados; así, por una parte, el conjunto de valores propuesto reflejará mejor la importancia que la organización atribuye a cada factor y, por otra, será más fácilmente aceptable.

La cuantificación del objetivo “lo más parecidos posible” se puede concretar mediante una función cuadrática, a saber, la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores propuestos y los actuales o deseados.

De acuerdo con ello se puede plantear el modelo siguiente:

Datos:

n	número de factores
p	número de parejas de puestos de trabajo de igual valor
w_j^0	$(j=1,...,n)$ valores actuales o deseados de los pesos
f_{jk}^1, f_{jk}^2	$(j=1,...,n; k=1,...,p)$ puntuaciones del primer y segundo elemento, respectivamente, de la pareja k en el factor j

Variables:

w_j	$(j=1,...,n)$ nuevos valores de los pesos
-------	---

Modelo:

$$\begin{aligned}
 [\text{MIN}]z &= \sum_{j=1}^n (w_j - w_j^0)^2 \\
 \sum_{j=1}^n f_{jk}^1 w_j &= \sum_{j=1}^n f_{jk}^2 w_j \quad k = 1, \dots, p \\
 \sum_{j=1}^n w_j &= 100 \\
 w_j &\geq 0 \quad j=1, \dots, n
 \end{aligned}$$

Se trata, por consiguiente, de un programa cuadrático con función objetivo convexa que se puede resolver, en principio, sin dificultades con un paquete de programación matemática que incluya esta opción.

Sin embargo, estos paquetes no abundan ni son fáciles de utilizar y tienen además un coste apreciable. Por ello, se propone resolver este modelo, debidamente transformado, mediante un programa informático específico, que se pueda ejecutar en cualquier ordenador personal y que sea fácil de utilizar, basado en un algoritmo adecuado.

2. LAS PAREJAS DE PUESTOS DE TRABAJO DE IGUAL VALOR

Este dato, esencial para el procedimiento, puede proceder de diversas fuentes:

- a) Una sentencia ha dictaminado que los puestos A y B tienen el mismo valor.
- b) Una negociación o un arbitraje ha conducido a aceptar que los puestos A y B tienen el mismo valor.
- c) A partir de la información sobre las diferencias cuantificadas entre hombres y mujeres (ver DOCUMENTO V4, *Las diferencias entre géneros*) se puede llegar a la conclusión de que dos juegos de puntuaciones han de tener la misma puntuación global (por ejemplo, los que corresponderían a un hombre medio y a una mujer media). Dadas las reservas sobre la información disponible al respecto (como se discute en el citado documento *Las diferencias entre géneros*) y dado también el hecho de que no existe una correspondencia exacta entre los factores y las características para las que hay información disponible, creemos que la determinación de los valores concretos para dichos juegos de puntuaciones no se debe informatizar, sino que ha de ser el resultado de un proceso de análisis y de discusión.

Pongamos un ejemplo:

Hay tres factores (F1, F2, F3) que se puntúan de 0 a 10 y que pueden ser, por ejemplo, respectivamente, esfuerzo, habilidad manual y relación con el público. Supongamos que un 40% del factor F1 corresponde a esfuerzos en los que ninguno de los géneros tiene ventaja, pero que el 60% restante F1 corresponde a esfuerzo físico y que en éste el hombre medio alcanza un nivel 8 y la mujer media, 6; supongamos también que en el factor F2 los niveles son, respectivamente 5 y 7 y en F3, 4 y 9. Entonces, la puntuación correspondiente al hombre medio sería:

$$(C + 0'6 \cdot 8, 5, 4) = (C + 4'8, 5, 4)$$

y la de la mujer media:

$$(C + 0'6 \cdot 6, 7, 9) = (C + 3'6, 5, 4)$$

donde C es una constante que no es necesario precisar.

Se ha de cumplir:

$$(C + 4'8) w_1 + 5 w_2 + 4 w_3 = (C + 3'6) w_1 + 7 w_2 + 9 w_3$$

o bien, lo que es lo mismo:

$$4'8 w_1 + 5 w_2 + 4 w_3 = 3'6 w_1 + 7 w_2 + 9 w_3$$

Es decir, los juegos de puntuaciones (4'8, 5, 4) y (3'6, 7, 9) deberían tener la misma puntuación global.

3. EL MODELO

La programación no lineal es un problema difícil en el que la formulación de condiciones necesarias y suficientes de óptimo y las condiciones para asegurar la convergencia de los algoritmos son muy precisas y sutiles y, en general, resulta difícil asegurar que un algoritmo determinado conducirá con seguridad a una solución óptima.

En el caso de la programación cuadrática (función objetivo cuadrática y restricciones lineales del tipo $\leq$) los algoritmos se basan en la determinación de un punto en el que se cumplan las condiciones de Karush, Kuhn y Tucker (KKT). Dado que las restricciones son lineales y, por consiguiente, convexas, si la función objetivo es convexa (como sucede en el modelo planteado), dichas condiciones son condiciones suficientes de óptimo; es decir, si el algoritmo converge y encuentra un punto en el que se satisfacen las condiciones KKT, se puede asegurar que la solución es óptima. En cambio, resulta más difícil asegurar que las condiciones KKT son necesarias; no obstante, cuando las funciones son convexas, basta para ello que existan puntos interiores en el conjunto de soluciones factibles.

Planteado adecuadamente un modelo de programación cuadrática existen diversos algoritmos para resolverlo. Entre ellos, el de Hildreth y d'Esopo (HE) y el de Wolfe. El primero requiere que la matriz hessiana de la función objetivo sea definida positiva, puesto que hay que calcular la matriz inversa de la misma; en el algoritmo de Wolfe, basta con que dicha matriz hessiana sea semidefinida positiva, aunque si es definida positiva converge mejor.

De los dos, el más fácil de programar es el de HE. Su principal inconveniente es que difícilmente se dan las condiciones suficientes de convergencia, identificadas como tales; no obstante suele convergir aunque dichas condiciones no se cumplan.

En definitiva, el modelo presentado en el punto 1 se tiene que transformar para adaptarlo a las exigencias de los algoritmos.

En primer lugar, a partir de las relaciones:

$$\sum_{j=1}^n f_{jk}^1 w_j = \sum_{j=1}^n f_{jk}^2 w_j \quad (k = 1, \dots, p),$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 100$$

supuestas independientes, se puede expresar $p+1$ pesos en función de los $n-p-1$ restantes; en general, entre las $p+1$ relaciones habrá $nrel$ (≥ 2 y $\leq p+1$) relaciones independientes que permitirán eliminar $nrel$ pesos en función de los $n - nrel$ pesos restantes.

Por consiguiente, si expresamos el conjunto de relaciones lineales independientes entre los pesos en la forma:

$$MW = b$$

la matriz M tiene rango $nrel$, por lo que existe una submatriz regular $B(nrel, nrel)$ que, sin pérdida de generalidad, podemos suponer que está formada por las $nrel$ últimas columnas de M ; entonces, la relación:

$$MW = b$$

se puede escribir como sigue:

$$MW = (N, B) \begin{pmatrix} W_N \\ W_B \end{pmatrix} = N W_N + B W_B = b$$

por lo cual, puesto que B es regular:

$$W_B = B^{-1} b - B^{-1} N W_N$$

con:

$$W_B = B^{-1} b - B^{-1} N W_N \geq 0$$

En la función objetivo, los términos correspondientes a los pesos W_N se pueden mantener como están en el modelo del punto 1, pero en los términos correspondientes a los pesos W_B no basta con substituir en función de W_N , puesto que entonces aparecen productos entre pares de variables y no se puede garantizar en general que la función sea convexa.

La introducción de unas variables de discrepancia, por exceso y por defecto, de los valores de los pesos W_B en relación a los correspondientes valores de partida permite salvar esta dificultad:

$$W_B = W_B^0 + \Delta^+ - \Delta^-$$

ya que entonces los términos correspondientes a los pesos W_B en la función objetivo se pueden escribir como:

$$\sum_{j=n-nrel+1}^n (\delta_j^{+2} + \delta_j^{-2})$$

y entonces el conjunto de restricciones:

$$\begin{aligned} W_B - W_B^0 &\leq \Delta^+ \\ -W_B + W_B^0 &\leq \Delta^- \end{aligned}$$

es equivalente a:

$$W_B = W_B^0 + \Delta^+ - \Delta^-$$

y:

$$W_B \geq 0$$

a:

$$\Delta^- \leq W_B^0$$

En definitiva, el modelo planteado inicialmente en el punto **1** se puede transformar en el siguiente:

$$\begin{aligned} [\text{MIN}]z &= \sum_{j=1}^{nrel} (w_j - w_j^0)^2 + \sum_{j=n-nrel+1}^n (\delta_j^{+2} + \delta_j^{-2}) \\ W_B - W_B^0 &\leq \Delta^+ \\ -W_B + W_B^0 &\leq \Delta^- \\ W_N &\geq 0 \\ \Delta^- &\leq W_B^0 \end{aligned}$$

o también, con una notación más explícita (con $w_i = \alpha_{i0} + \sum_{j=1}^{n-nrel} \alpha_{ij} w_j ; i = n - nrel + 1, \dots, n$)

y escribiendo todas las restricciones en la forma $\leq$ y con los términos independientes en el segundo miembro:

$$\begin{aligned}
 [\text{MIN}]z &= \sum_{j=1}^{n-\text{nrel}} (w_j - w_j^0)^2 + \sum_{j=n-\text{nrel}+1}^n (\delta_j^{+2} + \delta_j^{-2}) \\
 \sum_{j=1}^{n-\text{nrel}} \alpha_{ij} w_j - \delta_i^+ &\leq w_i^0 - \alpha_{i0} \quad i = n-\text{nrel}+1, \dots, n \\
 - \sum_{j=1}^{n-\text{nrel}} \alpha_{ij} w_j - \delta_i^- &\leq -w_i^0 + \alpha_{i0} \quad i = n-\text{nrel}+1, \dots, n \\
 -w_j &\leq 0 \quad j = 1, \dots, n-\text{nrel} \\
 \delta_i^- &\leq w_i^0 \quad i = n-\text{nrel}+1, \dots, n
 \end{aligned}$$

La función objetivo es convexa, las restricciones son lineales y existen puntos interiores en el conjunto de soluciones factibles, por lo que las condiciones de Karush, Kuhn y Tucker son condiciones necesarias y suficientes de óptimo. Además, la matriz:

$$Q = \frac{1}{2} Hf(X)$$

es la matriz unidad y, por consiguiente, también lo es su matriz inversa, lo cual simplifica los cálculos.

El número de variables del modelo es:

$$nc = n - \text{nrel} + 2 * \text{nrel} = n + \text{nrel}$$

y el de restricciones:

$$m = n + 2 * \text{nrel}$$

4. EL ALGORITMO

Se puede aplicar fácilmente el algoritmo HE.

Para este modelo (con la misma notación que en A. Corominas et al.- *Mètodes quantitativs d'organització industrial: Problemes no lineals*, Edicions UPC, 1997):

$$h = b + \frac{1}{2} A Q^{-1} p' = b + \frac{1}{2} A' p;$$

$$G = \frac{1}{2} A Q^{-1} A' = \frac{1}{2} A' A;$$

$$X = -\frac{1}{2} Q^{-1} A' U' = \frac{1}{2} A' U'$$

y se realizan las iteraciones:

$$\bar{u}_i = -\frac{1}{g_{ii}} \left(h_i + \sum_{i \neq j} g_{ij} u_i \right)$$
$$u_i = \max(0, \bar{u}_i)$$

que se detienen cuando, para dos iteraciones sucesivas ($s, s+1$) se cumple:

$$|u_i^{(s+1)} - u_i^s| < \varepsilon \quad \forall i$$

con $\varepsilon > 0$ y pequeño (por ejemplo, $\varepsilon = 10^{-6}$).

Calculados los valores de las u_i , los valores de las variables del modelo se determinan por medio de la expresión:

$$X = -\frac{1}{2} A' U'$$

5. EL PROGRAMA IVIS

Los datos necesarios para este programa son el número de factores y el número de parejas de trabajos de igual valor y sus puntuaciones en cada uno de los factores.

En el caso de que el procedimiento sea de ponderación implícita, el mismo programa adapta los datos y presenta los resultados en la forma adecuada para el procedimiento en cuestión.

El resultado es el conjunto de valores no negativos de los pesos, con suma igual a 100, que se encuentran a una distancia cuadrática mínima de los valores actuales o deseados. En

general, estos valores son fraccionarios y el usuario debe proceder a los truncamientos o redondeos correspondientes y comprobar que los valores finalmente adoptados satisfacen suficientemente las condiciones de igualdad de valor.

Se incluye en anexo el manual de utilización del programa.

ANEXO: MANUAL DE UTILIZACIÓN DEL PROGRAMA IVIS

Instalación

Para proceder a la instalación del programa IVIS, ejecute el archivo A:>setup.exe

Programa ivis

El programa IVIS calcula la ponderación óptima para evitar diferencias discriminatorias entre puestos de mismo valor. Para ello parte de una ponderación inicial (la existente) y la puntuación de parejas de puestos, ambos miembros de la pareja del mismo valor “teórico”.

Ponderación

En primer lugar se deberá introducir el número de factores que se utilizará para calcular el valor del puesto. Este número estará comprendido entre 3 y 14.

Posteriormente, se indicará si la ponderación es explícita o implícita.

Si la ponderación es explícita, la suma no podrá ser mayor a 100. Si es implícita, se introducirá los puntos máximos que puede obtener cada factor.

Valores de las parejas de puestos

Después de introducir el valor de cada factor, se especificará el número de parejas de puestos; éste no debe ser superior a $n-2$, siendo n el número de factores.

A continuación se introducirá los puntos de cada miembro de la pareja para cada factor. La parte superior de la pantalla corresponde al miembro 1 de la pareja, y la parte inferior al miembro 2.

Para obtener un resultado final es imprescindible que exista al menos una diferencia positiva y una negativa entre la puntuación de cada miembro de la pareja.

Presentación de resultados

Una vez el programa tiene todos los datos anteriores, calculará la ponderación que otorga igual valor.

En la pantalla de la izquierda aparecerán los valores de la ponderación de cada factor, mientras que en la pantalla de la derecha aparecerá el valor del puesto de cada miembro de

la pareja.

El usuario podrá cambiar la ponderación mostrada para redondear los valores; haciendo clic con el ratón el botón ‘Aceptar’ se actualizarán los valores de los puestos de cada pareja resultantes de dicho cambio.

En caso de querer volver a los valores originales calculados por el programa, se deberá hacer clic con el ratón en el menú de la pantalla ‘Restablecer’.

